

УДК 616. 12-073. 97

ПРИРОДА МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО
ПОВЕДЕНИЯ СЕРДЕЧНОГО РИТМА
ПЛОДА ПРИ ЕГО РАЗЛИЧНЫХ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЯХ

Гудков Георгий Владимирович
к.м.н., доцент

Пенжоян Григорий Артемович
д.м.н.

Туриченко Ольга Витальевна
соискатель

Кубанский медицинский институт,
Краевой Перинатальный центр
г.Краснодар, Россия

В статье предпринята попытка объяснения динамической сложности вариабельности сердечного ритма плода с позиций последних достижений статистической физики. Показана эффективность применения мультифрактального анализа на основе вейвлетного преобразования для изучения масштабных свойств вариабельности сердечного ритма плода. В различных условиях исследована мультифрактальная динамика сердечного ритма плода и её взаимосвязь с состоянием регуляторных механизмов.

Ключевые слова: вариабельность сердечного ритма плода, мультифрактальность

UDC 616. 12-073. 97

MULTIFRACTAL NATURE OF FETUS
HEART RATE VARIABILITY BEHAVIOUR
UNDER DIFFERENT FUNCTIONAL
CONDITIONS

Gudkov Georgiy Vladimirovich
k.m.n., docent

Penjoyan Grigoriy Artiomovich
Dr. Sci. Med.

Turichenko Olga Vitalievna
soiskatel

*Kuban Medical Institute,
Kraevoy Perinatalniy Centre
Krasnodar, Russia*

We report some recent attempts to understand the dynamics of complex physiologic fluctuations by adapting and extending concepts and methods developed very recently in statistical physics. We first review recent progress using wavelet-based multifractal analysis to quantify multiscale features of fetal heart rate variability. We then investigate how heartbeat dynamics change under pathologic conditions, and we discuss their possible relation to the underlying cardiac control mechanisms.

Keywords: fetus heart rate variability, multifractal

ПРИРОДА МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ
СЕРДЕЧНОГО РИТМА ПЛОДА ПРИ ЕГО РАЗЛИЧНЫХ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЯХ

Г.В. Гудков, Г.А. Пенжоян, О.В. Туриченко

*Кубанский медицинский институт, Краевой Перинатальный центр
г.Краснодар, Россия*

Введение

Анализ работ последних лет по различным аспектам изучения вариабельности сердечного ритма (ВСР) показывает, что помимо классических методов анализа во временной и частотной области существует устойчивая тенденция и все больший интерес к изучению ВСР с позиций нелинейного анализа [1, 2]. Сердечный ритм плода - результат функционирования сложной саморегулирующейся нейрофизиологической системы управления, деятельность которой является причиной выраженной неоднородности и нестационарности его флуктуаций. В этой ситуации, сравнение и классификация антенатальных кардиотокограмм становится сложной задачей, в решении которой традиционные методы (описательная статистика, спектральные и корреляционные методы) часто терпят неудачу [3, 4].

При традиционном рассмотрении шумоподобная "внутренняя" структура сердечного ритма обычно игнорируется из рассмотрения поскольку считается, что этот "шум" случаен и в нем отсутствует значащая информация. Детальное же рассмотрение при помощи методов статистической физики и нелинейной динамики позволило выявить скрытую в этой шумоподобной вариабельности сложную масштабную структуру с фрактальными свойствами, чувствительно реагирующую на изменения адаптационных возможностей плода [5, 6].

В течение последних лет в международной печати активно обсуждается мультифрактальное поведение сердечного ритма, причем наиболее популярной техникой анализа является применение мультифрактального формализма, базирующегося на непрерывном вейвлетном преобразовании (НВП) [8, 9, 10].

Крайне важно, что ни монофрактальное, ни мультифрактальное поведение сердечного ритма нельзя объяснить с позиций физиологического регулирования, основанного на принципе гомеостаза, поэтому представляют интерес механизмы формирования такого поведения [11].

В этом плане можно рассмотреть, по крайней мере, две возможности. Первая - мультифрактальность сердечного ритма прежде всего является следствием ответа механизмов нейрофизиологического управления на фрактальные стимулы связанные с различного рода биофизической активностью плода. В этом случае, при их отсутствии сердечный ритм должен прекратить демонстрировать мультифрактальное поведение. Вторая - механизмы нейрофизиологического управления устроены таким образом, что в норме производят мультифрактальную динамику сердечного ритма даже в отсутствии внешнего "раздражающего" шума, т.е. мультифрактальность является "внутренней" особенностью нормально функционирующих регуляторных механизмов.

Целью настоящей работы и являлась проверка возможных гипотез происхождения мультифрактального поведения сердечного ритма плода в антенатальном периоде.

Материалы

Для подтверждения одной из возможных гипотез происхождения мультифрактальности сердечного ритма плода нами проводилась антенатальная кардиотокография в двух группах беременных: в первой - при различной функциональной активности здорового плода, во второй - при па-

расимпатической блокаде сердечной деятельности плода в ходе кордоцентеза. Первую группу составили 80 пациенток в сроках гестации 30-35 недель, у которых при ретроспективной оценке отмечался благоприятный исход беременности и гладкое течение периода ранней адаптации у новорожденного.

Во вторую группу были включены 22 пациентки с резус-сенсibilизацией, которым в 30-33 недели проводился лечебно-диагностический кордоцентез. Трансабдоминальный кордоцентез проводили под постоянным ультразвуковым и кардиомониторным наблюдением за состоянием плода при помощи ультразвукового аппарата "АЛОКА-500" двухигольным методом [12]. Показанием к кордоцентезу являлся титр резус-антител свыше 1:8 и отягощенный акушерский анамнез. Исходное функциональное состояние плода по данным ультразвукового обследования и кардиотокографии расценивалось как удовлетворительное (не менее 7-8 баллов по Фишеру). Во всех случаях отмечался благоприятный исход беременности: 15 (68,2%) женщин были родоразрешены в доношенном сроке (из них 7 кесаревым сечением), остальные - досрочно, в сроках гестации 33-36 недель операцией кесарева сечения, основным показанием к которому являлось прогрессирование внутриутробного страдания плода.

В 1-й группе длительность кардиомониторного наблюдения составляла 40-90 минут, при этом на записях можно было отчетливо выделить два типа variability, одна из которых соответствовала периоду активного состояния плода, а другая - покою. Кардиоритмограммы, соответствующие различным фазам активности плода, обрабатывались по отдельности, причем продолжительность каждого участка записи составляла не менее 20 минут. У беременных 2-й группы кардиомониторное наблюдение за плодом проводилось до манипуляции и после введения в вену пуповины миорелаксанта (ардуан - 0,1 мл/кг веса плода) и атропина (в той же дозировке для купирования брадикардии у плода). Соответствующие участки записи

анализировались по отдельности, а их длительность также была не менее 20 минут.

Регистрация сердечного ритма плода производилась при помощи фетального кардиомонитора "Сорometrics-120" в положении беременной лежа на спине (или на боку) трансабдоминально с использованием ультразвукового датчика 1,15 МГц. Фетальный ритм сердца выделялся из доплеровского сигнала высокоточным автокорреляционным методом [13] и далее обрабатывался на персональном компьютере. Файл данных представлял собой временной ряд сердечного ритма плода оцифрованный с периодом дискретизации в одну секунду. Удаление артефактов включало процедуры исключения участков записи с потерями ритма и сглаживания выбросов. Для сглаживания выбросов вычислялось скользящее среднее (M) с окном из 10 последовательных отсчетов. Отбраковывались междурядные интервалы величиной более $1,5M$ и менее $0,5M$. Анализу подвергались только те записи или их участки, в которых доля всех артефактов (потерь ритма и выбросов) была менее 5%.

Теоретические и технические детали алгоритма мультифрактального анализа подробно представлены в работах S.G. Mallat et al. [8], J.F. Muzy et al. [9], Z.R. Struzik et al. [11]; P.Ch. Ivanov et al. [6]. Ниже приводятся только краткие пояснения основных идей необходимые для понимания материала статьи.

Известно, что обычно изучаемые в математическом анализе функции $f(t)$ являются гладкими, т.е. они непрерывны сами и имеют непрерывные производные. Следовательно, в окрестности произвольного момента времени t_i они могут быть приближены конечным числом членов степенного ряда Тейлора. Сердечный ритм является непрерывной, но в подавляющем большинстве моментов времени недифференцируемой (сингулярной) функцией. Для таких сигналов, сделав в момент t_i удовлетворительную локальную аппроксимацию при помощи полинома $P_n(t - t_i)$, и, желая её

улучшить, увеличив порядок полинома на единицу, т.е. P_{n+1} , мы не добьемся желаемого результата. В этом случае предполагается, что в такие моменты времени t_i полином локально аппроксимирующий значения сигнала $f(t)_{t=t_i}$ содержит члены с нецелочисленной степенью времени, а именно, со степенью $n < h(t_i) < n + 1$. Такая функция $f(t)$ в точке t_i непрерывна и $n - 1$ раз дифференцируема, но её n -я производная имеет в ней особенность (сингулярность), причем величина $h(t_i)$ количественно характеризует эту сингулярность. С учетом сказанного, аппроксимирующий степенной ряд можно записать в виде:

$$f(t)_{t=t_i} = P_n(t - t_i) + C|t - t_i|^{h(t_i)}$$

где t находится в окрестности t_i , а $h(t_i)$ - не целое число, характеризующее локальную сингулярность $f(t)$ в момент времени $t = t_i$. Фигурально выражаясь, $h(t_i)$ определяет то, что "осталось" после аппроксимации функции полиномом P_n , но, что нельзя устранить полиномом более высокого порядка - P_{n+1} . Таким образом, для локального значения сигнала в момент $t = t_i$ можно записать

$$|f(t)_{t=t_i} - P_n(t - t_i)| \leq C|t - t_i|^{h(t_i)}.$$

Если $h = 1$, то функция $f(t)$ - гладкая дифференцируемая функция; если $h < 1$, то $f(t)$ - непрерывна, но нигде не дифференцируемая функция; $h = 0,5$ - соответствует белому шуму, $0,5 < h < 1$ - окрашенный шум (от розового до коричневого); $h < 0,5$ - синий (антикоррелированный) шум.

Поскольку сингулярности обычно маскированы "мощными" полиномиальными трендами, основная трудность на пути мультифрактального анализа состоит в том, чтобы выявить местоположение всех сингулярностей $\{t_i\}$ и оценить значение локальной экспоненты Хелдера h для каждой из них.

Эффективным приемом для устранения полиномиальных трендов, маскирующих сингулярное поведение, является технология непрерывного

вейвлетного преобразования (НВП), а именно, метод "*wavelet transform modulus maxima*" (WTMM анализ) [6, 7, 8]. Свертка сигнала $f(t)$ с соответствующим вейвлетом $\psi(t)$ позволяет обратить в ноль все полиномиальные члены степенного ряда, для которых $n < h_i$. Такие вейвлеты должны быть ортогональны полиномам, поэтому в качестве материнского вейвлета мы использовали МНАТ-вейвлет (вейвлет "мексиканская шляпа"), представляющего собой вторую производную функции Гаусса. Она обеспечивает локальное устранение полиномиальных вкладов нулевого и первого порядков, т.е. постоянную составляющую и линейный тренд.

Как было показано S.G. Mallat [8] "остроконечные" сингулярности можно эффективно выявлять из масштабной структуры НВП сердечного ритма. Необходимо заметить, что мы не рассматриваем в представленном анализе "осциллирующие" ("*chirp*") сингулярности вида $t^\alpha \sin(1/t^\beta)$, которые требуют введения уже двух локальных экспонент.

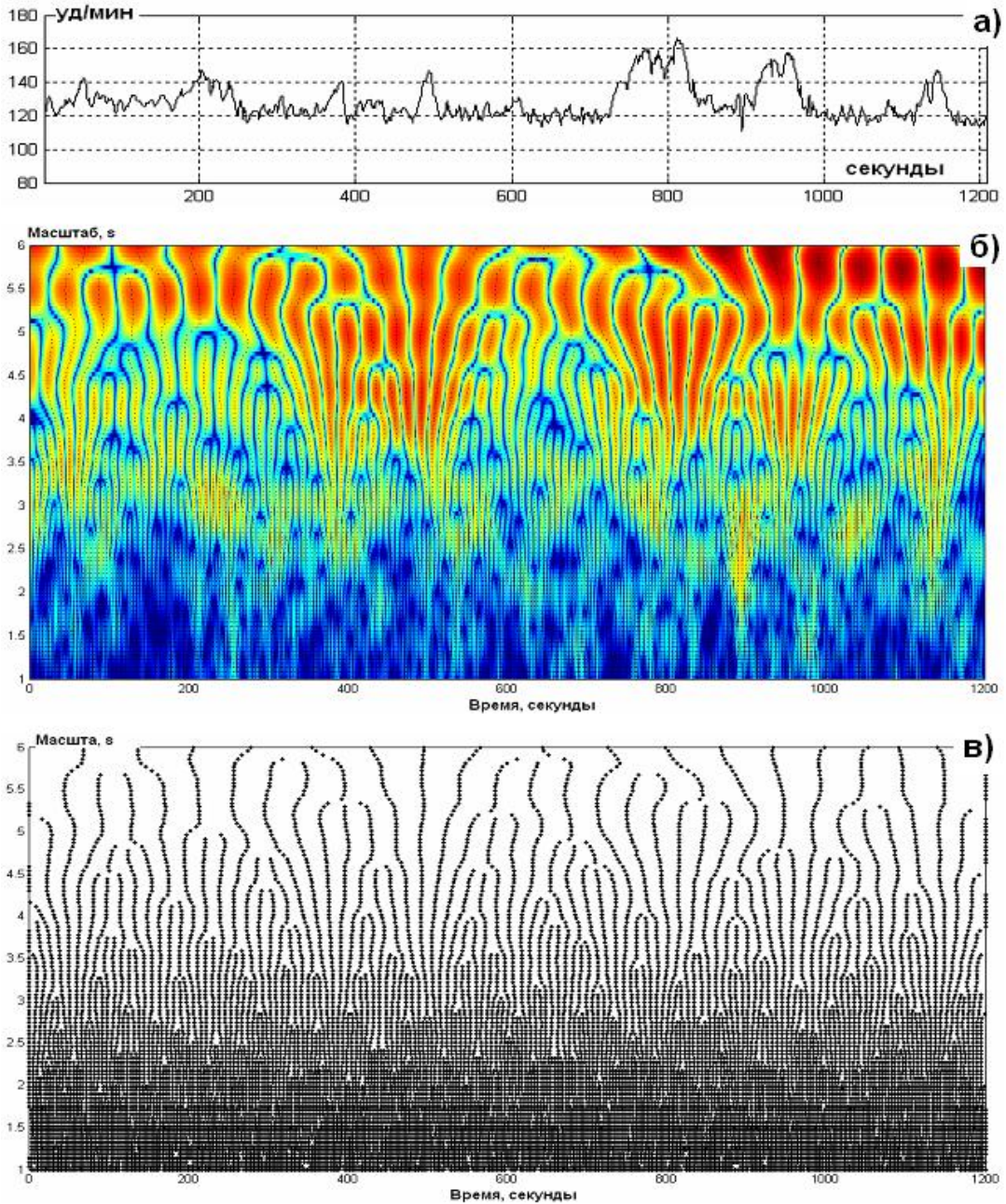


Рисунок 1 - Непрерывное вейвлетное преобразование (б) сердечного ритма плода (а). Отдельно вынесена структура локальных максимумов - "скелетон" (в).

Поскольку, по своей сути, НВП является избыточным, то основополагающим приемом в WTMM анализе является построение древовидной структуры так называемых линий локальных максимумов НВП, которые конвергируют в направлении сингулярностей. От сильных сингулярностей могут исходить изолированные линии максимумов, однако в большинстве

случаев они сливаются и на масштабах выше места слияния эти сингулярности перестают быть изолированными. В качестве примера, на рис.1 представлена вейвлетная декомпозиция сердечного ритма здорового плода, где наглядно видна самоподобная (фрактальная) структура "аркадного" типа с выпуклостями указывающими на максимумы модулей вейвлет-коэффициентов.

Анализ сердечного ритма, представленного некоторой функцией $f(t)$, в рамках WTMM метода, осуществлялся следующим образом. На первом этапе проводился расчет коэффициентов вейвлет-преобразования:

$$W(t_0, s) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-t_0}{s}\right) dt$$

где s - параметр масштаба, ψ - базисная функция вейвлет-преобразования, которая имеет нулевое среднее значение и ортогональна полиномам.

Следя за линией локальных максимумов, от самого мелкого масштаба вплоть до самых крупных, мы одновременно отслеживаем поведение соответствующей сингулярности. Этот факт учитывается при вычислении экспонент Хелдера, согласно которому они отражают степенной закон, который описывает линия регрессии к вейвлет-коэффициентам линий локальных максимумов [9, 11]. Другими словами, наличие локального сингулярного поведения сигнала $f(t)$ в момент времени t_i приводит к возрастанию модуля амплитуд вейвлет-коэффициентов при $t \rightarrow t_i$ и может быть описано экспонентой Хелдера $h(t_i)$, которая, как уже говорилось, определяет скейлинг вейвлет-коэффициентов $W(t_i, s)$ для малых значений s , т.е. $|W(t_i, s)| \sim s^{h(t_i)}$.

При таком анализе возможно рассмотреть два варианта. Первый - состоит в том, что мы получаем одни и те же значения $h_i = H$ для всех наблюдаемых сингулярностей, и тогда сигнал считается монофракталом, например, как броуновский шум. Второй - более сложный случай, когда для

наблюдаемых сингулярностей мы находим различные значения h_i , что позволяет рассматривать сигнал как мультифрактал.

Следующий этап включал статистическое описание распределения выделенных сингулярностей при помощи вычисления, так называемой, частичной функции ("*partition function*") $Z_q(s)$, которая для каждого масштаба s представляет собой сумму q -х степеней модулей локальных максимумов вейвлет-коэффициентов, т.е.:

$$Z_q(s) = \sum_{\Omega} [W_{\omega_i}(s)]^q,$$

где $\Omega = \{\omega_i(s)\}$ - множество всех линий локальных максимумов, $W_{\omega_i}(s)$ - модули амплитуд вейвлет-коэффициентов соответствующих ω_i -ой линии локальных максимумов. Как правило, ожидается, что при малых значениях s частичная функция демонстрирует степенную зависимость $Z_q(s) \sim s^{\tau(q)}$, которая количественно характеризуется *скейлинговой функцией* $\tau(q)$. Последняя определялась как угол линий регрессии к зависимостям $\log_2 Z_q(s)$ от $\log_2 s$, где масштаб изменялся в диапазоне $2 \leq s \leq 512$ (рис.2).

При выборе различных значений q (в данном случае от -5 до 5) монофрактальный сигнал демонстрирует линейную зависимость $\tau(q)$, причем $\tau(q) = qH - 1$, где H - глобальная экспонента Хёрста, т.е. $h(q) = d\tau(q)/dq = \text{const}$ и в структуре сигнала присутствует только один тип сингулярностей. Для мультифрактального сигнала $\tau(q)$ характеризуется некоторой нелинейной функцией: $\tau(q) = qh(q) - 1$, где $h(q) \equiv d\tau(q)/dq$ уже не является константой и меняется от момента к моменту. Преобразование от $\tau(q)$ к $D(h)$ известно как *преобразование Лежандра*: $D(h(q)) = h(q)q - \tau(q)$. В свою очередь, мультифрактальный спектр $D(h)$ наглядным образом позволяет определить степень неоднородности процессов производящих наблюдаемую сложность variability сердечного ритма плода.

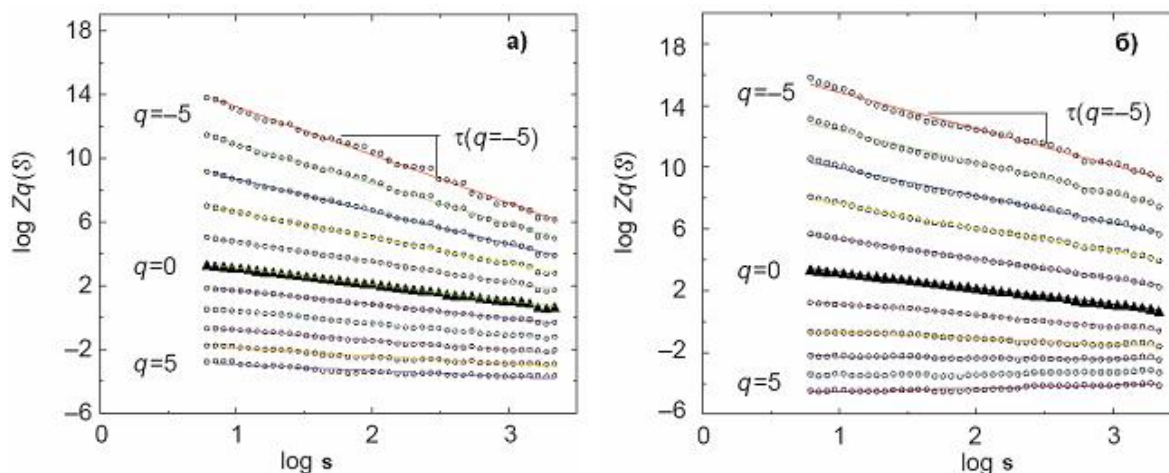


Рисунок 2 - Примеры поведения статистических сумм $Z_q(s)$ в зависимости от масштаба декомпозиции s при различных значениях моментов q у здорового плода (а) и плода с парасимпатической блокадой (б).

Оцениваемыми параметрами на спектре являлись максимальное и минимальное значение экспонент Хелдера h_{max} и h_{min} (показаны на рис.3 пунктирными линиями), а также значение экспонент Хелдера соответствующее максимуму спектра - \hat{h} . Ширина мультифрактального спектра характеризовалась величиной $\Delta h = h_{max} - h_{min}$.

Алгоритмы математической обработки сердечного ритма были реализованы на базе стандартного пакета "Matlab 6.5", в том числе с использованием приложения "FracLab".

Результаты

Сердечный ритм здорового плода (1-я группа) демонстрировал неоднородность своих флуктуаций, которая характеризовалась широким спектром сингулярности. Как можно видеть из рис.3 скейлинговые функции $\tau(q)$ сохраняли, в целом, нелинейное поведение как в фазу активности плода, так и фазу его покоя, однако отмечалась небольшая ротация одной кривой относительно другой. В обоих случаях спектры сингулярностей $D(h)$, полученные посредством преобразования Лежандра $\tau(q)$, имели примерно

одинаково широкий диапазон значений локальных экспонент h с ненулевыми фрактальными размерностями, т.е. сходную степень мультифрактальности ($\Delta h = 0,18 \pm 0,016$ и $0,17 \pm 0,014$ соответственно, $p > 0,05$). Отличие между ними было связано только с некоторым смещением вправо спектра сингулярностей соответствующего активному состоянию плода, что указывало на менее выраженную антикорреляцию в структуре сердечного ритма ($\hat{h} = 0,12 \pm 0,013$ и $0,14 \pm 0,015$ соответственно, $p > 0,05$).

Полученные результаты показывают, что мультифрактальность неизменно присутствует во временной структуре сердечного ритма здорового плода независимо от состояния его активности, т.е. её нельзя связать с влиянием миокардиального рефлекса, периодами сна и бодрствования или с другими проявлениями биофизической активности. Это подтверждает справедливость 2-й гипотезы о том, что мультифрактальность является исключительно "внутренним" свойством механизмов нейрофизиологического управления сердечным ритмом.

Чтобы дать более детальную оценку того, как происхождение мультифрактальности связано с особенностями функционирования регуляторных механизмов, нами исследовалась структура сердечного ритма плода в условиях его атропиновой блокады, выполняемой в ходе кордоцентеза. Как можно видеть из рис.2, если до введения атропина сердечный ритм плода отчетливо демонстрировал мультифрактальное поведение ($\Delta h = 0,17 \pm 0,015$), то после парасимпатической блокады кривая скейлинговой функции $\tau(q)$ становилась практически линейной, что свидетельствовало об утрате мультифрактальных свойств. Этот результат согласуется с представлениями о том, что мультифрактальность сердечного ритма плода тесно связана с "внутренними" особенностями взаимодействия между отделами вегетативной нервной системы, которое нельзя объяснить простыми реакциями плода на внешние стимулы или различные проявления его собственной биофизической активности.

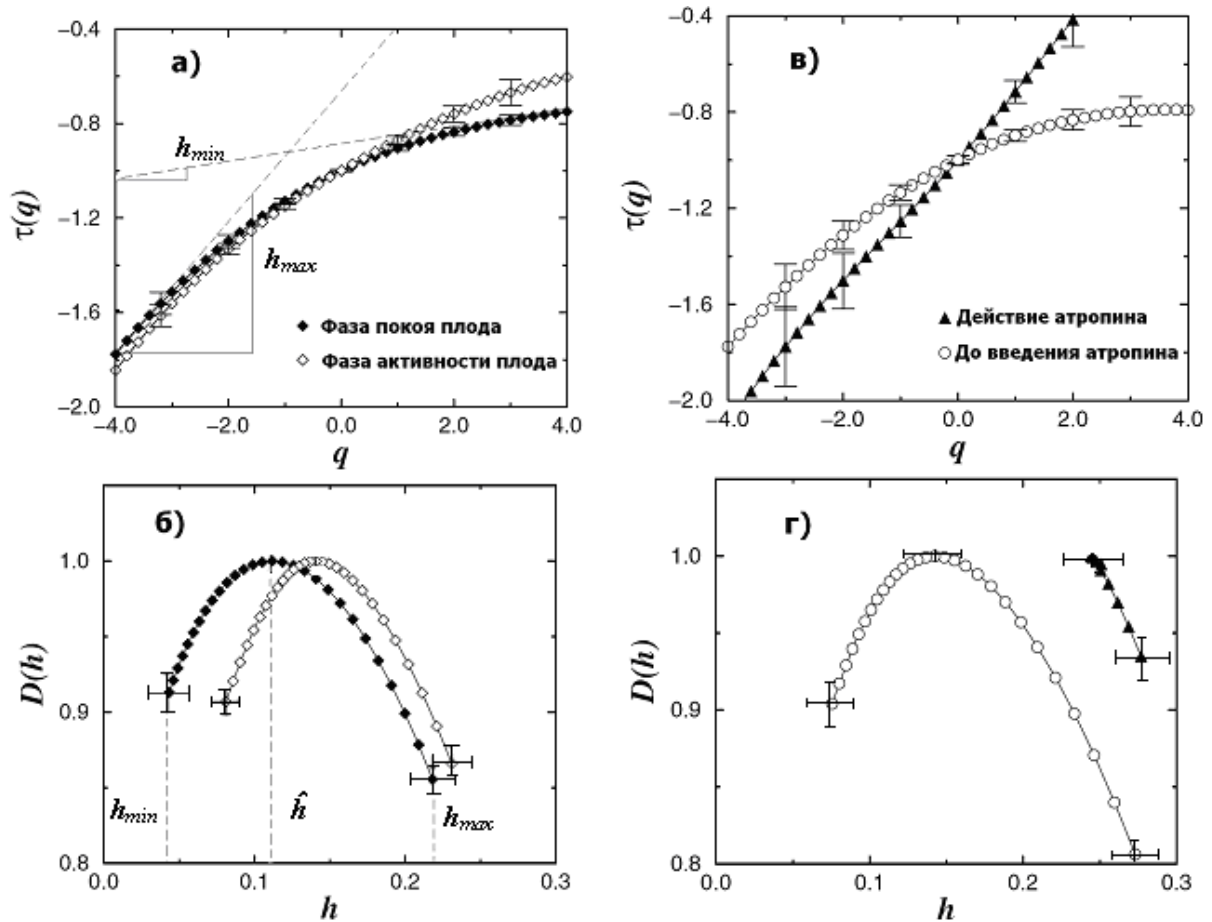


Рисунок 3 - Скейлинговые функции $\tau(q)$ и спектры сингулярностей $D(h)$ в двух сериях исследований: а) и б) исследование сердечного ритма в фазу активности и покоя плода; в) и г) исследование сердечного ритма во время кордоцентеза до и после введения атропина. Графики отражают групповые средние.

Парасимпатическая блокада, помимо резкого сужения спектра сингулярностей (исчезновения мультифрактальности), приводила к сильному смещению вправо значения локальной экспоненты Хелдера, соответствующей максимуму спектра, что свидетельствовало о снижении антикоррелированности сердечного ритма плода в этих условиях ($\hat{h} = 0,24 \pm 0,02$ против $0,16 \pm 0,04$, $p < 0,05$). Полученные результаты согласуются с гипотезой о том, что монофрактальность и слабая антикорреляция являются маркерами патологической динамики сердечного ритма, в данном случае, вызванной парасимпатической блокадой.

Таким образом, ключевым моментом статистического различия между двумя представленными временными рядами сердечного ритма являлись ширина спектра сингулярностей и значение экспоненты соответствующей максимуму спектра. Если в первом случае (исходное состояние) сингулярности характеризовались широким спектром значений локальных экспонент Хелдера, то во втором (парасимпатическая блокада) - все они имели примерно одно и то же значение равное, по определению, глобальной экспоненте Херста (т.е., $h \approx H$).

Обсуждение

На практике особенности скейлинга во временной динамике сердечного ритма могут изучаться при помощи разных подходов, начиная с классического корреляционного (или спектрального) анализа. Однако, к числу очевидных недостатков этих методов следует отнести их применимость только к стационарным данным, в то время как сердечный ритм демонстрирует выраженную неоднородность и нестационарность своих флуктуаций. В этой связи, привлекательность выбора того или иного численного метода в значительной степени определяется его универсальностью и возможностью эффективного применения к реальным процессам различной природы. Среди таких достаточно универсальных методов обработки временных рядов можно отнести рассмотренный в настоящей статье, WTMM анализ. Он позволяет выявить в шумоподобной структуре variability сердечного ритма скрытую динамику, которую можно количественно характеризовать в контексте моно- или мультифрактальности, причем последняя является неотъемлемым атрибутом нормально функционирующих регуляторных механизмов.

Монофрактальный процесс является однородным в том смысле, что он имеет одни и те же масштабные свойства, которые как локально, так и глобально можно характеризовать единственным масштабным показате-

лем, например, экспонентой Херста или корреляционной экспонентой детрендового анализа флуктуаций. В противоположность этому, мультифрактальный сигнал "распадается" на большое количество (возможно на асимптотически бесконечное) однородных фрактальных подмножеств, сингулярные свойства которых можно характеризовать целым спектром локальных экспонент Хелдера. Поскольку подмножества с одним и тем же значением h являются фракталами, совокупность соответствующих им фрактальных размерностей статистически характеризуется спектром сингулярностей мультифрактала $D(h)$. Таким образом, в отличие от монофрактального сигнала для полной характеристики мультифрактального процесса требуется множество различных локальных экспонент. Мультифрактальный подход позволяет описывать широкий класс структурно более сложных сигналов по сравнению с теми, которые полностью характеризуются единственной фрактальной размерностью.

В настоящей работе было показано, что в норме сердечный ритм плода (1-я группа) вне зависимости от его биофизической активности демонстрирует неравновесную динамику в виде мультифрактального поведения, которую невозможно выявить традиционными методами, но наглядно наблюдаемую при использовании методов статистической физики. Эта сложная неравновесная динамика ВСР разрушается в условиях патологии, а именно, при блокаде парасимпатической иннервации, что позволяет связывать её с "внутренними" особенностями функционирования регуляторных механизмов. Несмотря на то, что в этих условиях монофрактальный сердечный ритм плода сохраняет в своей структуре отдаленную корреляцию степенного вида ("*long-range power-law correlations*"), которая определяется исключительно спектром мощности, его фазовый спектр становится полностью некоррелированным. К аналогичному следствию приводит, например, рандомизация фазового спектра мультифрактального про-

цесса, что делает его монофракталом (это свойство используется при генерации суррогатных рядов).

Таким образом, монофрактальное поведение является линейным, а его статистические свойства полностью определяются амплитудным спектром Фурье и гистограммой распределения. С другой стороны, мультифрактальность - следствие нелинейной природы сердечного ритма, которое зависит не только от спектральной мощности и гистограммы распределения, но и от сложной структуры его фазового спектра.

Происхождение и природа взаимоотношений в фазовом спектре Фурье до настоящего времени остается открытой проблемой. Однако, выявление мультифрактальных свойств в динамике сердечного ритма может представлять интерес еще и потому, что отражает состояние нормально функционирующих регуляторных механизмов, включающих каскады многочисленных систем с обратной связью функционирующих вдалеке от равновесия. Эти мультифрактальные свойства не объясняются традиционными физиологическими механизмами, требуя применения новых стратегий для понимания состояния неравновесных контролируемых систем в норме и при патологии.

Литература

1. Абуладзе Г.В., Папиташвили А.М. Спектральные свойства variability частоты сердечного ритма плода. Норма и клиническое применение // Ультразвуковая и функциональная диагностика.-2003.-№2.-С.128-137.
2. Groome L.J., Mooney D.M., Holland S.B. et al. Human fetuses have nonlinear cardiac dynamics // J. Appl. Physiol. 1999. V. 87. № 2. P. 530-537.
3. Goldberger A.L., Amaral L.A.N., Hausdorff J.M., Ivanov P.Ch., Peng C.-K. and Stanley H.E. Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging. PNAS. 2002, V.99, Suppl. 1, 2466-2472.
4. Yum M.K., Park E.Y., Kim C.R., Hwang J.H. Alterations in irregular and fractal heart rate behavior in growth restricted fetuses // Eur. J. Obstet. Gynecol. Reprod. Biol. 2001. V. 94. № 1. P.51-58.
5. Ashkenazy Y., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.K., Schulte-Frohlinde V., & Stanley H.E. (2003) Magnitude and sign scaling in power-law correlated time series. Physica A 323, 19.
6. Ivanov P.Ch., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Rosenblum M.G., Stanley H.E., & Struzik Z. (2001) From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. Chaos 11, 641-652.
7. Stanley H.E., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., and Peng C.-K. Statistical Physics and Physiology: Monofractal and Multifractal Approaches. Physica A 270, 309-324 (1999).
8. Mallat S.G., Hwang W.L. Singularity Detection and Processing with Wave-lets, IEEE Trans. on Information Theory 38, pp. 617-643, (1992).
9. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. (1994) The multifractal formalism revisited with wavelets. Int. J. Bifurc. Chaos. 4, 245-302.
10. Jaffard S. Multifractal Formalism for Functions: I. Results Valid for all Functions, II. Self-Similar Functions, SIAM J. Math. Anal., 28(4): 944-998, (1997).
11. Struzik Z.R., Siebes A.P.J.M. Wavelet Transform Based Multifractal Formalism in Outlier Detection and Localisation for Financial Time Series. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 309(3-4):388-402, June 2002.
12. Айламазян Э.К., Михайлов А.В., Шелаева Е.В., Пигина Т.В., Лебедев В.М. Кордоцентез: четырехлетний опыт применения в целях пренатальной диагностики и лечения заболеваний плода // УЗ диагностика в акуш., гинек. и педиатрии . - 1993. - №3. - С. 33-39.
13. Divon M.Y., Torres F.P., Yeh S.Y., and Paul R.H. Autocorrelation techniques in fetal monitoring. Am. J. Obstet. Gynecol. 151: 2-6, 1985.